b) Résoudre alors l'équation $f(z)=0$. On notera z_1 et z_2 les deux autres racines, z_1 étant celle qui a une partie imaginaire négative.

2°/ On pose $w=\frac{z_1}{z_0}$

a) Donner la forme trigonométrique de w

b) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(o,\vec{u},\vec{v})$. A tout nombre complexe z non nul on associe les points M, M_1 et M_2 d'affixes respectives z, wz et w^2z.

Montrer que OMM_1M_2 est un losange.

Exercice 23 :

Le plan $\mathcal{P}$ est rapporté à un repère orthonormé $(o,\vec{u},\vec{v})$.

1°/ Soit dans $\mathcal{P}$ les points M_1, M_2 et M_3 d'affixes respectives les complexes z_1, z_2 et z_3. Montrer que le triangle $M_1M_2M_3$ est équilatéral si et seulement si $z_1+jz_2+j^2z_3=0$ où $j=e^{i\frac{2\pi}{3}}$

ou $z_1+j^2z_2+jz_3=0$

2°/ Soit dans l'ensemble **C** des nombres complexes l'équation

$(E): z^3-(1+a+ia)z^2+a(1+i+ia)z-ia^2=0$

a désigne un paramètre complexe.

a) Vérifier que 1 est une solution de (E).

b) Calculer les deux autres solutions z' et z'' de (E).

c) Soit dans $\mathcal{P}$ les points A, B et C d'affixes respectives $1, z'$ et z''.

Déterminer les différentes valeurs du complexe a de manière que le triangle ABC soit équilatéral (on pourra utiliser la question 1°/).